

### Exercice 1

Dans un cylindre adiabatique de volume  $V=500\text{l}$  se trouve un gaz parfait qui subit une transformation, sous une pression constante  $P=2\text{bar}$ , au cours de laquelle sa température  $T$  augmente de  $18^\circ\text{C}$  à  $600^\circ\text{C}$ . Le milieu extérieur est constitué de l'air dont la pression est  $P'=0,98\text{ bar}$ .

- 1) Calculer le travail volumétrique  $W$  du gaz.
- 2) Calculer la variation  $U$  de l'énergie interne du système.
- 3) Calculer le travail volumétrique  $W'$  de l'air du milieu extérieur.

Donnée :  $1\text{bar}=10^5\text{Pa}$

### Exercice 2

On dispose dans un cylindre fermé par un piston une certaine masse d'un gaz parfait diatomique. Les parois du cylindre et du piston sont adiabatiques. Dans l'état initial (1) le gaz est caractérisé par la pression  $P_1=10^5\text{Nm}^{-2}$ , le volume  $V_1=10\text{l}$  et la température  $T_1=300\text{ K}$ .

- 1) Calculer la capacité calorifique  $C_V$  du gaz.

On comprime ce gaz de manière réversible jusqu'à un état final (2) de pression  $P_2=10^6\text{Nm}^{-2}$  de volume  $V_2=1,93\text{ l}$  et de température  $T_2$ .

- 2) Calculer la température  $T_2$ .
- 3) Calculer le travail  $W$  échangé au cours de cette transformation.

### Exercice 3

On considère une transformation infinitésimale faisant passer une mole de gaz de l'état  $(P, V, T)$  à l'état  $(P+dP, V+dV, T+dT)$  de manière réversible. En admettant que la quantité de la chaleur élémentaire peut prendre l'une des deux formes équivalentes suivantes :

$$\delta Q = C_V dT + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV = C_P dT - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP$$

1) Établir les expressions des différentielles de l'énergie interne  $dU$  et de l'enthalpie  $dH$ .

2) En déduire la valeur de chacune des dérivées partielles suivantes :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V, \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T, \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P \text{ et } \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T$$

3) Sachant que les gaz obéissent aux deux lois de Joule, déterminer :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \text{ et } \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

a) Les valeurs des dérivées partielles suivantes :

b) Les expressions de  $dU$  et de  $dH$ .

c) L'équation d'état du gaz.

---

### Exercice 4

Dans le cylindre d'un moteur à combustion se trouve une masse  $m=1\text{g}$  d'air à une pression  $P_1=45\text{bar}$  et une température  $T_1=590^\circ\text{C}$ . Au cours de la détente du gaz, on injecte du carburant qui brûle en dégageant une énergie sous forme de chaleur  $Q=2\text{kJ}$ . Cette injection est réglée de manière à maintenir la pression constante dans le cylindre. On négligera la variation de masse et de composition du gaz, et on prendra pour la chaleur massique une valeur moyenne. Le processus est considéré comme réversible et le gaz est considéré comme parfait.

1) Calculer le nombre de moles  $n$  du gaz qui se trouve dans le cylindre.

2) Calculer le volume  $V_1$  du gaz avant l'injection du carburant.

3) Déterminer les valeurs des grandeurs thermiques après injection et brûlement du carburant.

4) Calculer le travail  $W$  échangé lors de cette détente ?

5) Calculer la variation de l'énergie interne  $\Delta U$  et celle de l'enthalpie  $\Delta H$ .

N.B. : L'air est considéré comme un gaz parfait qui contient 80% de sa composition molaire d'azote moléculaire  $N_2$  et 20% d'oxygène moléculaire  $O_2$ .

Et on donne  $R$  la constante des gaz parfaits  $R=8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ .

---

### Exercice 5

Dans un cylindre isotherme de volume  $V_1=10l$ , qui est refroidi par une circulation d'eau, on comprime réversiblement à température constante  $T_1$  de l'air, qui se trouve initialement sous une pression  $P_1=1bar$ , a un volume  $V_2=1l$ . On suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait.

- 1) Calculer le travail volumétrique  $W$  nécessaire à cette compression.
- 2) Calculer la quantité de chaleur  $Q$  mise en jeu lors de cette compression.
- 3) Calculer la pression  $P_2$ .
- 4) Calculer les variations d'énergie interne  $\Delta U$  et d'enthalpie  $\Delta H$ .
- 5) Comment varie ces différents résultats si à la place de l'air on utilise de l'hydrogène moléculaire  $H_2$  ou l'hélium  $He$ ?

---

### **Exercice 6**

Dans un cylindre adiabatique de volume  $V_1=10l$ , on comprime de façon réversible, grâce à un piston, de l'air qui se trouve initialement dans l'état (1) de pression  $P_1=1bar$ , a l'état (2) de volume  $V_2=1l$ . On suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait.

- 1) Déterminer la valeur de l'indice adiabatique du gaz en question  $\gamma$ .
- 2) Calculer la pression  $P_2$ .
- 3) Calculer le travail volumétrique  $W_{12}$  et la quantité de chaleur  $Q_{12}$ .
- 4) Calculer les variations d'énergie interne  $\Delta U_{12}$  et d'enthalpie  $\Delta H_{12}$ .
- 5) Ces différents résultats vont il changer si à la place de l'air on utilise de l'hydrogène moléculaire  $H_2$  ou bien de l'hélium  $He$  ?

On donne : la constante universelle des gaz parfaits est  $R=8,314Jmol^{-1}K^{-1}$ , la masse molaire de l'azote  $N$  est  $M_N=14g/mol$  et la masse molaire de l'oxygène  $O$  est  $M_O=16g/mol$ .

---

## Module Thermodynamique I

### Filière SMP&C-S1 - TD - Série n° 2 - Partie 4

#### Corrections

---

#### Des petits Rappels :

Pour une transformation isobare (à pression constante) au cours de laquelle le système passe d'un état A à un état B d'équilibre en échangeant de la chaleur  $Q_p$  et du travail uniquement par l'intermédiaire des forces de pression  $W_p$ , le premier principe permet d'écrire :  $\Delta U = U_B - U_A = W_p + Q_p$ . Ainsi, à pression constante, le travail des forces de pression est égal à :  $W_p = -P\Delta V = -P(V_B - V_A)$ , donc :  $U_B - U_A = -P(V_B - V_A) + Q_p$ , d'où :  $Q_p = (U_B - PV_B) - (U_A - PV_A)$ . On définit ainsi une nouvelle fonction d'état, la fonction enthalpie :  $H(U, P, V) = U - PV$ . Il s'ensuit que :  $Q_p = H_B - H_A = \Delta H$

Par conséquent, à pression constante, la chaleur mise en jeu, qui n'est pas une fonction d'état puisque c'est un transfert d'énergie entre le système et le milieu extérieur, devient égale à la variation de la fonction d'état enthalpie  $H$ . La variation de cette fonction ne dépend que de l'état final et de l'état initial du système et est indépendante du chemin suivi par la transformation. C'est tout l'intérêt de l'application de la fonction enthalpie dans les cas très courants de transformations effectuées à l'air libre, à pression atmosphérique constante. Cette propriété est à la base de la calorimétrie à pression constante puisque la chaleur apportée au système est facile à mesurer expérimentalement. Par abus de langage, on confond souvent les termes « chaleur » et « enthalpie ». L'enthalpie  $H$  d'un système n'est pas connue de façon absolue car elle dépend de l'énergie interne dont la valeur ne peut être déterminée. On ne peut donc avoir accès qu'à des variations d'enthalpie  $\Delta H$ . L'enthalpie a la dimension d'une énergie, et s'exprime en joules dans le Système International. L'enthalpie d'une réaction chimique s'exprime généralement en kilojoules par mole (kJ/mol).

La quantité de chaleur échangée par un système avec le milieu extérieur peut s'écrire dans le cas d'une transformation réversible ou quasi-statique sous les formes suivantes :  $\delta Q = C_v dT + l dV = C_p dT + h dP = \lambda dP + \mu dV$ , il y a donc six coefficients calorimétriques, quatre peuvent être exprimés en fonction des deux autres comme il suit :  $l = (C_p - C_v)(\partial T / \partial V)_p$ ,  $h = -(C_p - C_v)(\partial T / \partial P)_v$ ,  $\lambda = C_v(\partial T / \partial P)_v$  et  $\mu = C_p(\partial T / \partial V)_p$  où  $C_v = (\partial U / \partial T)_v$  et  $C_p = (\partial H / \partial T)_p$ . Les coefficients calorimétriques peuvent aussi être exprimés comme :  $l = (\partial U / \partial V)_T + P$ ,  $h = (\partial H / \partial P)_T - V$ ,  $\lambda = (\partial U / \partial P)_v = (\partial H / \partial P)_v - V$  et  $\mu = (\partial U / \partial V)_p + P = (\partial H / \partial V)_p$ .

Pour les gaz parfaits l'énergie interne et l'enthalpie ne dépendent que de la température  $U(T)$  (1<sup>er</sup> loi de Joules) et  $H(T)$  (2<sup>ième</sup> loi de Joules). Leurs variations élémentaires s'écrivent  $dU = C_v dT$  (1<sup>er</sup> loi de joule) et  $dH = C_p dT$  (2<sup>ième</sup> loi de joule) sachant que la quantité de chaleur échangée pour les gaz parfaits si la transformation quasi-statique s'écrit :  $\delta Q = C_v dT + P dV = C_p dT - V dP = (C_v / nR) V dP + (C_p / nR) P dV$  et que  $C_v = dU / dT = 3(nR/2)$  et  $C_p = dH / dT = 5(nR/2)$  pour les gaz parfaits monoatomiques (He, Ar, Xe, ... etc.), et  $C_v = dU / dT = 5(nR/2)$  et  $C_p = dH / dT = 7(nR/2)$  pour les gaz parfaits diatomiques (N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, ... etc.). Aussi on a les relations suivantes pour les gaz parfaits :  $C_p - C_v = nR$  (relation de Mayer) et  $\gamma = C_p / C_v$  (relation de Laplace). On a  $R = 8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$  est la constante des gaz parfaits et  $n$  le nombre de moles.

---

## Exercice 1

Dans un cylindre adiabatique de volume  $V=500\text{l}$  se trouve un gaz parfait qui subit une transformation, sous une pression constante  $P=2\text{bar}$ , au cours de laquelle sa température  $T$  augmente de  $18^\circ\text{C}$  à  $600^\circ\text{C}$ . Le milieu extérieur est constitué de l'air dont la pression est  $P'=0,98\text{ bar}$ .

- 1) Calculer le travail volumétrique  $W$  du gaz.
- 2) Calculer la variation  $U$  de l'énergie interne du système.
- 3) Calculer le travail volumétrique  $W'$  de l'air du milieu extérieur.

Donnée :  $1\text{bar}=10^5\text{Pa}$

---

---

## Exercice 1

1) Le travail volumétrique  $W$  du gaz qui subit une transformation de l'état (1) à l'état (2) à pression constante s'écrit :

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P dV = -P \int_{V_1}^{V_2} dV \Rightarrow \boxed{W = -P(V_2 - V_1)}$$

Le gaz est parfait, alors :  $PV_1 = nRT_1$  et  $PV_2 = nRT_2$

d'où :

$$W = -PV_1 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = -nRT_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = -nR(T_2 - T_1) \Rightarrow \boxed{W = -nR(T_2 - T_1)}$$

A.N. :  $\boxed{W = -200 \text{ kJ}}$

2) La transformation que subit le gaz est adiabatique ( $Q=0$ ), alors :

$$\Delta U = Q + W = W \Rightarrow \boxed{\Delta U = W}$$

A.N. :  $\boxed{\Delta U = -200 \text{ kJ}}$

3) Le travail volumétrique  $W'$  du gaz du milieu extérieur qui subit aussi une transformation à pression constante  $P'$  s'écrit :

$$W' = -\int_{V'_1}^{V'_2} P' dV' = -P' \int_{V'_1}^{V'_2} dV' \Rightarrow \boxed{W' = -P'(V'_2 - V'_1) = -P' \Delta V'}$$

La variation de volume que subit le milieu extérieur est  $\Delta V = -\Delta V'$ , ou  $\Delta V$  est la variation de volume que subit le gaz du milieu intérieur ( $\Delta V = V_2 - V_1$ ). Alors :

$$W' = -P' \Delta V' = -P'(V'_2 - V'_1) = P' \Delta V = P'(V_2 - V_1) \Rightarrow \boxed{(V_2 - V_1) = \frac{W'}{P'}}$$

or :

$$W = -P(V_2 - V_1) \Rightarrow \boxed{(V_2 - V_1) = -\frac{W}{P}}$$

alors :

$$\frac{W'}{P'} = -\frac{W}{P} \Rightarrow \boxed{W' = -\frac{P'}{P} W}$$

A.N. :  $\boxed{W' = 98 \text{ kJ}}$

---

---

## Exercice 2

On dispose dans un cylindre fermé par un piston une certaine masse d'un gaz parfait diatomique. Les parois du cylindre et du piston sont adiabatiques. Dans l'état initial (1) le gaz est caractérisé par la pression  $P_1=10^5\text{Nm}^{-2}$ , le volume  $V_1=10\text{l}$  et la température  $T_1=300\text{ K}$ .

1) Calculer la capacité calorifique  $C_V$  du gaz.

On comprime ce gaz de manière réversible jusqu'à un état final (2) de pression  $P_2=10^6\text{Nm}^{-2}$  de volume  $V_2=1,93\text{ l}$  et de température  $T_2$ .

2) Calculer la température  $T_2$ .

3) Calculer le travail  $W$  échangé au cours de cette transformation.

---

---

## Exercice 2

1) Comme le gaz parfait de  $n$  mole est diatomique, alors son énergie interne  $U$  est donnée par :

$$U = \frac{5}{2} nRT$$

alors, sa capacité calorifique à volume constant  $C_v$  s'écrit :

$$C_v = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_v = \frac{5}{2} nR \Rightarrow C_v = \frac{5}{2} nR$$

D'après l'équation d'état du gaz parfait on a à l'état (1) :  $P_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow nR = \frac{P_1 V_1}{T_1}$ ,

On remplace dans l'expression de  $C_v$  et on obtient :

$$C_v = \frac{5}{2} nR = \frac{5}{2} \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow C_v = \frac{5}{2} \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

$$\text{A.N. : } C_v = 8,33 \text{ JK}^{-1}$$

2) L'équation d'état du gaz parfait dans les deux états d'équilibre (1) et (2) s'écrit :  $P_1 V_1 = nRT_1$  et  $P_2 V_2 = nRT_2$ .

En divisant les deux équations membre à membre, on obtient :  $\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1}$

d'où on tire  $T_2$  comme :  $T_2 = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} T_1$

$$\text{A.N. : } T_2 = 579 \text{ K}$$

3) Pour un gaz parfait, la variation élémentaire de l'énergie interne s'écrit :  $dU = C_v dT$  après une première intégration on obtient la variation de l'énergie interne comme :  $\Delta U = C_v \Delta T$  ou encore :  $\Delta U = C_v (T_2 - T_1)$

Or comme la transformation adiabatique  $Q = 0$ , alors la variation de l'énergie interne devient :  $\Delta U = W$

$$\Rightarrow W = C_v (T_2 - T_1)$$

$$\text{A.N. : } W = 2,325 \text{ kJ}$$

---



---

### Exercice 3

On considère une transformation infinitésimale faisant passer une mole de gaz de l'état  $(P, V, T)$  à l'état  $(P+dP, V+dV, T+dT)$  de manière réversible. En admettant que la quantité de la chaleur élémentaire peut prendre l'une des deux formes équivalentes suivantes :

$$\delta Q = C_V dT + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV = C_P dT - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP$$

1) Établir les expressions des différentielles de l'énergie interne  $dU$  et de l'enthalpie  $dH$ .

2) En déduire la valeur de chacune des dérivées partielles suivantes :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V, \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T, \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P \text{ et } \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T$$

3) Sachant que les gaz obéissent aux deux lois de Joule, déterminer :

$$\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \text{ et } \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

a) Les valeurs des dérivées partielles suivantes :

b) Les expressions de  $dU$  et de  $dH$ .

c) L'équation d'état du gaz.

---

---

### Exercice 3

Pour 1 mole de gaz qui subit une transformation élémentaire réversible qui passe de  $(P, V, T) \xrightarrow[\text{réversible}]{\text{trans.}} (P + dP, V + dV, T + dT)$ , la quantité de chaleur élémentaire échangée avec l'extérieur s'écrit d'après l'énoncé :

$$\delta Q = C_v dT + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dV = C_p dT - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dP$$

$C_v$  capacité calorifique molaire à  $V = \text{cste}$ .

$C_p$  capacité calorifique molaire à  $P = \text{cste}$ .

1) Puis que la transformation est réversible on peut écrire le travail comme :

$$\delta W = -PdV$$

On obtient l'expression de la variation élémentaire de l'énergie interne comme :

$$dU = \delta Q + \delta W = C_v dT + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dV - PdV$$

$$\boxed{dU = C_v dT + \left[ T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right] dV} \quad (1)$$

Avec le même raisonnement on va déterminer la variation élémentaire de l'enthalpie :

$$dH = d(U + PV) = dU + PdV + VdP = \delta Q + \delta W + PdV + VdP = \delta Q - PdV + PdV + VdP$$

$$\boxed{dH = \delta Q + VdP}$$

On introduit l'expression de la quantité de chaleur élémentaire dans l'expression la variation élémentaire de l'enthalpie :

$$dH = C_p dT - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dP + VdP$$

$$\boxed{dH = C_p dT + \left[ V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] dP} \quad (2)$$

2) Exprimant les variations élémentaires théoriques de l'énergie interne et de l'enthalpie :

$$U = U(T, V) \Rightarrow dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

$$H = H(T, P) \Rightarrow dH = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP$$

Par identification de ces variations élémentaires avec celles des expressions

(1) et (2), on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = C_v \\ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = C_p \\ \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \end{array} \right.$$

3) Le gaz obéit aux 2 lois de Joules

a) La première loi de Joule  $U=U(T)$  implique  $\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0$

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P = 0 \Rightarrow \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{P}{T}$$

La deuxième loi de Joule  $H=H(T)$  implique  $\left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = 0$

$$\left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = 0 \Rightarrow \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{V}{T}$$

b) Le résultat de la question a) entraîne que les variations élémentaires de l'énergie interne et de l'enthalpie soient égales:

$$dU = C_v dT$$

et

$$dH = C_p dT$$

c) On prend  $T = T(P, V)$ , et on calcule la différentielle de la température :

$$\Rightarrow dT = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_V dP + \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_P dV$$

On applique les relations  $\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_V = \frac{1}{\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V}$  et  $\left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_P = \frac{1}{\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P}$

$$\Rightarrow dT = \frac{1}{\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V} dP + \frac{1}{\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P} dV$$

En remplaçant le  $\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$  et le  $\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$  par leurs résultats obtenus dans la question

2).

$$\Rightarrow dT = \frac{1}{P} dP + \frac{1}{V} dV$$

$$\Rightarrow dT = \frac{T}{P} dP + \frac{T}{V} dV$$

Et finalement on obtient :

$$\boxed{\frac{dT}{T} = \frac{dP}{P} + \frac{dV}{V}}$$

Par intégration de l'expression ci-dessous on va obtenir l'équation d'état di gaz :

$$\ln T = \ln P + \ln V + \ln C \Rightarrow PV = \frac{T}{C} = KT \text{ avec } K = \frac{1}{C}$$

C'est l'équation d'état d'une mole de gaz parfait avec  $K=R$ .

Finalement :

$$\boxed{PV = RT}$$

---

---

## Exercice 4

Dans le cylindre d'un moteur à combustion se trouve une masse  $m=1\text{g}$  d'air à une pression  $P_1=45\text{bar}$  et une température  $T_1=590^\circ\text{C}$ . Au cours de la détente du gaz, on injecte du carburant qui brûle en dégageant une énergie sous forme de chaleur  $Q=2\text{kJ}$ . Cette injection est réglée de manière à maintenir la pression constante dans le cylindre. On négligera la variation de masse et de composition du gaz, et on prendra pour la chaleur massique une valeur moyenne. Le processus est considéré comme réversible et le gaz est considéré comme parfait.

- 1) Calculer le nombre de moles  $n$  du gaz qui se trouve dans le cylindre.
- 2) Calculer le volume  $V_1$  du gaz avant l'injection du carburant.
- 3) Déterminer les valeurs des grandeurs thermiques après injection et brûlement du carburant.
- 4) Calculer le travail  $W$  échangé lors de cette détente ?
- 5) Calculer la variation de l'énergie interne  $\Delta U$  et celle de l'enthalpie  $\Delta H$ .

N.B. : L'air est considéré comme un gaz parfait qui contient 80% de sa composition molaire d'azote moléculaire  $\text{N}_2$  et 20% d'oxygène moléculaire  $\text{O}_2$ .

Et on donne  $R$  la constante des gaz parfaits  $R=8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ .

---

---

### Exercice 4

1) Le nombre de moles  $n$  de l'air qui se trouve dans le cylindre est donnée par la relation :

$$n = \frac{m}{M_{\text{air}}}$$

avec  $M_{\text{air}} = 0,8M_{\text{N}_2} + 0,2M_{\text{O}_2}$  représente la masse molaire de l'air qui est constituée de 80% d'azote moléculaire  $\text{N}_2$  et 20% d'oxygène moléculaire  $\text{O}_2$ .

A.N. :

$$M_{\text{air}} = 28,8 \text{ gmol}^{-1} \text{ et } n = 0,035 \text{ mol}$$

2) L'air est toujours pris comme gaz parfait, ainsi selon l'équation d'état des gaz parfaits, le volume  $V_1$  du gaz avant l'injection du carburant s'écrit :

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1}$$

A.N. : Sachant que la constante des gaz parfait  $R = 8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ .

$$V_1 = \frac{0,035 \times 8,314 \times (273 + 590)}{45 \times 10^5} = 5,58 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$V_1 = 55,8 \text{ cm}^3$$

3) Soient  $P_2$ ,  $V_2$  et  $T_2$  les grandeurs thermiques caractérisant le gaz à l'intérieur du cylindre après l'injection du carburant. L'injection est réglée de manière à maintenir la pression constante dans le cylindre. Alors, la pression est la même avant et après l'injection c'est à dire  $P_2 = P_1$ . Pour une transformation isobare, la quantité de chaleur élémentaire échangée s'écrit :

$$\delta Q = dU - \delta W = dU + PdV = dU + d(PV) = d(U + PV) = dH$$

Donc la variation élémentaire de la quantité de chaleur échangée par le système est égale à la variation élémentaire de l'enthalpie :  $\delta Q = dH$

Et l'enthalpie des gaz parfaits ne dépend que de la température (2<sup>ème</sup> loi de Joule) :  $dH = C_p dT$

Après intégration de la quantité de chaleur on a :  $Q = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = C_p (T_2 - T_1)$

De cette expression de la quantité de chaleur on déduit la température  $T_2$  par :

$$T_2 = \frac{Q}{C_p} + T_1$$

La transformation est isobare donc  $P_2 = P_1 = 45\text{bar}$ . Avec  $C_p = \frac{7}{2}nR$  car il s'agit d'un gaz parfait diatomique. Et aussi  $n = 0,035\text{mol}$ ,  $Q = 2000\text{J}$  et  $R = 8,314\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$

$$\text{A.N.: } T_2 = \frac{4000}{7 \times 0,035 \times 8,314} + 863 \Rightarrow \boxed{T_2 \approx 2826,74\text{K}}$$

Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le volume  $V_2$  s'écrit :  $V_2 = \frac{nRT_2}{p_2}$ , donc

$$\frac{T_2}{V_2} = \frac{T_1}{V_1} \Rightarrow \boxed{V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1}$$

Avec  $T_1 \approx 863\text{K}$  et  $V_1 \approx 5,58 \times 10^{-5} \text{m}^3$

$$\text{A.N. : } V_2 = \frac{2826,74}{863} \times 5,58 \times 10^{-5} \approx 18,28 \times 10^{-5} \text{m}^3, \boxed{V_2 \approx 183\text{cm}^3}$$

4) Le travail volumétrique  $W$  mis en jeu au cours de cette transformation isobare s'écrit :

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P_1 dV = -P_1(V_2 - V_1) \Rightarrow \boxed{W = -P_1(V_2 - V_1)}$$

$$\text{A.N. : } W = -4 \times 10^5 (28,18 \times 10^{-5} - 5,58 \times 10^{-5}) \approx -90,4\text{J}, \boxed{W \approx -90,4\text{J}}$$

$W < 0$ , le travail est cédé au milieu extérieur. Donc le  $W$  est moteur.

5) La variation de l'énergie interne  $\Delta U$  due à cette transformation isobare s'écrit :

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT = C_v (T_2 - T_1) \Rightarrow \boxed{\Delta U = C_v (T_2 - T_1)}$$
 avec  $C_v = \frac{5}{2}nR$  car il s'agit d'un gaz parfait diatomique.

Pour l'enthalpie, sa variation  $\Delta H$  due à cette transformation s'écrit :

$$\Delta H = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = C_p (T_2 - T_1) \quad \boxed{\Delta H = C_p (T_2 - T_1)}$$
 avec  $C_p = \frac{7}{2}nR$

$$\text{A.N. : } \Delta U = \frac{5}{2} \times 0,035 \times 8,314 \times (2826,74 - 863) \approx 1428,57\text{J} \text{ et}$$

$$\Delta H = \frac{7}{2} \times 0,035 \times 8,314 \times (2826,74 - 863) \approx 2000\text{J}$$

$$\Delta U = 1,428 \text{kJ} \text{ et } \Delta H = 2 \text{kJ}.$$


---

---

## Exercice 5

Dans un cylindre isotherme de volume  $V_1=10\text{l}$ , qui est refroidi par une circulation d'eau, on comprime réversiblement à température constante  $T_1$  de l'air, qui se trouve initialement sous une pression  $P_1=1\text{bar}$ , à un volume  $V_2=1\text{l}$ . On suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait.

- 1) Calculer le travail volumétrique  $W$  nécessaire à cette compression.
  - 2) Calculer la quantité de chaleur  $Q$  mise en jeu lors de cette compression.
  - 3) Calculer la pression  $P_2$ .
  - 4) Calculer les variations d'énergie interne  $\Delta U$  et d'enthalpie  $\Delta H$ .
  - 5) Comment varie ces différents résultats si à la place de l'air on utilise de l'hydrogène moléculaire  $H_2$  ou l'hélium  $He$ ?
-



---

## Exercice 5

1) Le travail volumétrique  $W$  mis en jeu lors de la première compression isotherme entre les états (1) et (2) s'écrit :

$$\delta W = -PdV = -nRT \frac{dV}{V}$$

$$\text{soit : } W = -nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\boxed{W = -P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

A.N. :  $\boxed{W = 2303J}$ , Le travail est reçu par le système, car  $W > 0$ .

2) On sait que pour un gaz parfait, l'énergie interne  $U$  dépend uniquement de la température  $T$ . Or  $T = C^{te}$ , alors :

D'après la 1<sup>er</sup> loi de Joule :  $\Delta U = W + Q = 0$

d'où la quantité de chaleur  $Q$  est donnée par :  $\boxed{Q = -W}$

A.N. :  $\boxed{Q = -2303J}$ , le système cède de la chaleur lors de la transformation.

3) Pour une transformation isotherme on a :

$$PV = P_1 V_1 = P_2 V_2 = C^{te}$$

$$\text{Soit } \boxed{P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2}}$$

$$\text{A.N. : } P_2 = 10^5 \frac{10}{1} = 10 \times 10^5 \text{ Pa, } \boxed{P_2 = 10 \text{ bar}}.$$

4) Pour une transformation isotherme l'énergie interne  $U$  et l'enthalpie  $H$  d'un gaz parfait dépendent uniquement de sa température  $T$ . Or  $T = C^{te}$ , alors :

$$\boxed{\Delta U = 0} \text{ et } \boxed{\Delta H = 0}$$

A.N. :  $\Delta U = 0 \text{ J}$  et  $\Delta H = 0 \text{ J}$ .

5) Si on remplace de l'air (diatomique) par de l'hydrogène moléculaire  $H_2$  (gaz diatomique) ou l'hélium  $He$  (monoatomique), les résultats ne changent pas parce que la nature du gaz ne change pas les données qui interviennent dans les calculs.

---

---

## Exercice 6

Dans un cylindre adiabatique de volume  $V_1=10l$ , on comprime de façon réversible, grâce à un piston, de l'air qui se trouve initialement dans l'état (1) de pression  $P_1=1bar$ , à l'état (2) de volume  $V_2=1l$ . On suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait.

- 1) Déterminer la valeur de l'indice adiabatique du gaz en question  $\gamma$ .
- 2) Calculer la pression  $P_2$ .
- 3) Calculer le travail volumétrique  $W_{12}$  et la quantité de chaleur  $Q_{12}$ .
- 4) Calculer les variations d'énergie interne  $\Delta U_{12}$  et d'enthalpie  $\Delta H_{12}$ .
- 5) Ces différents résultats vont-ils changer si à la place de l'air on utilise de l'hydrogène moléculaire  $H_2$  ou bien de l'hélium  $He$  ?

On donne : la constante universelle des gaz parfaits est  $R=8,314Jmol^{-1}K^{-1}$ , la masse molaire de l'azote  $N$  est  $M_N=14g/mol$  et la masse molaire de l'oxygène  $O$  est  $M_O=16g/mol$ .

---

---

## Exercice 6

1) L'air est considéré comme un gaz parfait constitué d'azote moléculaire  $N_2$  et d'oxygène moléculaire  $O_2$ . L'air est un gaz diatomique car ses deux constituants sont diatomiques. Cependant, ses capacités caloriques s'écrivent :

$$C_v = \frac{5}{2}nR \text{ et } C_p = \frac{7}{2}nR, \text{ alors, son indice adiabatique s'écrit : } \boxed{\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5}}$$

$$\text{A.N.: } \boxed{\gamma = 1,4}$$

2) Pour une transformation isentrope on a :  $PV^\gamma = P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma = C^{te}$

soit :

$$P_2 = \frac{P_1V_1^\gamma}{V_2^\gamma} = P_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \Rightarrow \boxed{P_2 = P_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma}$$

$$\text{A.N. : } P_2 = 1 \times (10)^{\frac{7}{5}} = 10^{\frac{7}{5}} \approx 25,12 \text{ bar} \Rightarrow \boxed{P_2 \approx 25,12 \text{ bar}}$$

3) Les échanges de chaleur lors d'une transformation adiabatique réversible (c.-à-d. isentrope) sont nuls, alors :  $\boxed{Q_{12} = 0}$

Cependant, le travail volumétrique  $W_{12}$  mis en jeu au cours de cette compression entre les états (1) et (2) s'écrit :

$$W_{12} = \Delta U_{12} = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT = C_v (T_2 - T_1)$$

$$\text{Soit } W_{12} = \frac{C_v}{nR} (P_2V_2 - P_1V_1)$$

$$\text{Or } (1 - \gamma)C_v = nR, \text{ alors : } \boxed{W_{12} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_2V_2 - P_1V_1)}$$

$$\text{A.N. : } \boxed{W_{12} = 3780 \text{ J}} \text{ et } \boxed{Q_{12} = 0 \text{ J}}, \text{ le système reçoit du travail.}$$

4) La quantité chaleur  $Q_{12}$  échangée au cours de cette transformation isentrope ou adiabatique est nulle, alors la variation de l'énergie interne s'écrit:

$$\boxed{\Delta U_{12} = W_{12}}$$

Pour une transformation quelconque d'un gaz parfait, on a :

$$\Delta H_{12} = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = \gamma \int_{T_1}^{T_2} C_v dT$$

soit

$$\boxed{\Delta H_{12} = \gamma \Delta U_{12}}$$

A.N.  $\Delta U_{12} = 3780J$  et  $\Delta H_{12} = 5292J$ .

5) Si on remplace de l'air par de l'hydrogène moléculaire  $H_2$ , qui est aussi un gaz diatomique comme l'air, les résultats ne vont pas changer parce que les données qui interviennent dans les calculs restent les mêmes. Mais si on remplace de l'air par de l'hélium  $He$ , qui est un gaz monoatomique, les résultats vont changer parce que l'indice adiabatique qui intervient dans les calculs vaut

$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$  pour un gaz monoatomique au lieu de  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5}$  pour un gaz diato-

mique.

---