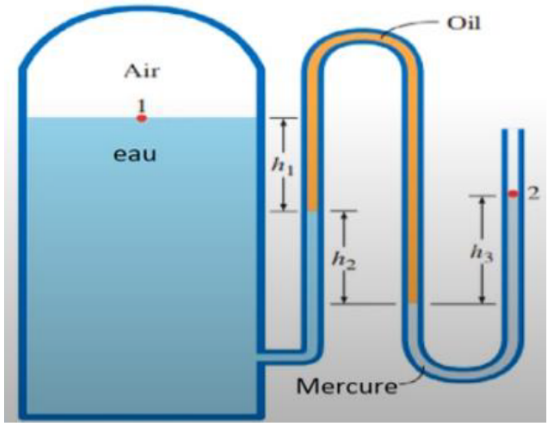
Module Thermodynamique I
Filière SMP&C-S1 – TD - Série n° 2

Exercice 1

L'eau dans un réservoir est pressurisée par l'air et la pression est mesurée par un manomètre mutli-fluides comme indiqué sur la figure ci-jointe.



Déterminer la pression d'air dans le réservoir si h_1=0,1 m, h_2=0,2 m et h_3=0,35 m et la P_{atm}=85,6 kPa.

On donne les masses volumiques d'eau, de l'huile et de mercure à 1000kg/m^3, 850kg/m^3, 13600kg/m^3 respectivement.

Exercice 2

Thermomètre à gaz :

1) Définir une échelle de température centésimale θ d'un gaz où la grandeur physique est :
   a) Le volume *V (P=Cste)*.
   b) La pression *P (V=Cste)*.
2) Comparer ces deux échelles de température à l'échelle Celsius *t* dans le cas où le gaz se comporte comme un gaz parfait.

Exercice 3

Thermomètre à résistance :

Entre 0° et 500°C, la résistance d'un thermomètre à résistance de platine varie suivant la loi : $R = a + bt + ct^2$ (*t* : **l'échelle de température Celsius**) avec :

$a = 1\,\Omega,\ b = 4\,10^{-3}\,\Omega/°C;\ c = -0,6\,10^{-6}\ \Omega/°C^2$

On considère une échelle de température linéaire centésimale θ.

1) Exprimer la température θ en fonction de *R* et ensuite en fonction de *t* sachant que cette échelle θ coïncide avec l'échelle Celsius *t* pour 0 et 100.
2) Déterminer l'écart (θ-*t*) entre la température θ déterminée par ce

thermomètre et la température t de l'échelle Celsius.

3)Pour quelle température cet écart est-il maximal ? Que vaut-il ?

Exercice 4

Un calorimètre de valeur en eau $\mu = 20g$ et contenant $m_{eau} = 300g$ d'eau est à la température de $t_{eau} = 15°C$.

1) On introduit un bloc de glace à $t_{glace} = 0°C$ et pesant $m_{glace} = 50g$ dans l'eau du calorimètre. Calculer la température finale du calorimètre.

2)On ajoute de nouveau $m_{glace} = 50g$ de glace à $t_{glace} = 0°C$ au système précédent. Décrire l'état final.

On donne : la chaleur latente de fusion de la glace est $L_F = 3,34x10^5\ J/kg$ et la chaleur massique de l'eau est $c_e = 4180\ J/kg\ K$.

Exercice 5

Un calorimètre de capacité thermique $C = 150J/K$ contient une masse $m_1 = 200g$ d'eau.

1) La température initiale de l'eau du calorimètre $\theta_1 = 70°C$. On place dans le calorimètre un glaçon de masse $m_2 = 80g$ sortant du congélateur à la température $\theta_2 = -23°C$.

Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).

2)Le même calorimètre avec maintenant la température initiale de l'eau $\theta_1 = 50°C$. On y introduit un glaçon de masse $m_2 = 160g$ sortant directement du congélateur à la température $\theta_2 = -23°C$.

Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).

On donne : Les chaleurs massiques de l'eau et de la glace sont $c_e = 4185\ J/kg\ K$ et $c_g = 2090\ J/kg\ K$ respectivement. *La* chaleur latente de fusion de la glace est $L_F = 3,34x10^5\ J/kg$.

Module Thermodynamique I
Filière SMP&C-S1 – TD - Série n° 2 – Partie 1
Corrections

Des petits Rappels :

- Les variables d'états les plus importants sont *P*,*V* et *T*. ***P* et *T* sont des variables d'états intensives** et ***V* est la variable d'état extensive**. *P* et *T* sont des grandeurs mesurables avec des instruments. *P* est mesurée avec des manomètres (**manomètres hydrostatiques** : m. à valves, m. à colonne de liquide, m. à bulbes ; **manomètres anéroïdes** : m. de Bourdon, …etc.) et *T* est mesurée par des thermomètres.
- **Le principe zéro de la thermodynamique** est basé sur la notion d'équilibre thermique, c.-à-d. égalité des températures entre deux corps en contact: deux corps en équilibre thermique avec un troisième sont aussi en équilibre thermique entre eux.
- **Le thermomètre** est toujours de petite dimension vis-à-vis du corps dans la température est recherchée dont une grandeur *G*, appelée variable thermométrique, évolue jusqu'à ce que l'équilibre thermique soit atteint. La variable thermométrique peut être le *V*, *P*, *R* (résistance électrique), d.p.p. (différence de potentiel), *U* (tension électrique), …etc.
- **Les échelles thermométriques** dépendent de la loi de correspondance entre la variable thermométrique et la température qu'on note soit par *T*, *t* ou θ:

  Echelle à un seul point fixe : $t = aG$
  Echelle à deux points fixes : $t = aG + b$
  Echelle à trois points fixes : $t = aG^2 + bG + c$

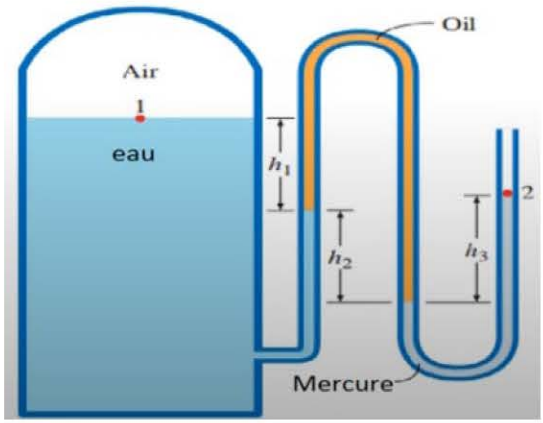
- **L'échelle centésimale**, est une échelle qui varie de 0 à 100. Pour cette échelle les lois de correspondances sont telles que :

  $\theta = aG + b$ ou $G = G_0(1 + K\theta)$, sachant que $(\theta = 0, G = G_0)$ et $(\theta = 100, G = G_{100})$ les constantes *a*, *b* et *K* sont déterminés comme il suit :

$$\begin{cases} 0 = aG_0 + b \\ 100 = aG_{100} + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{100}{G_{100} - G_0} \\ b = aG_0 = -\dfrac{100G_0}{G_{100} - G_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = 100\dfrac{G - G_0}{G_{100} - G_0} \\ G = G_0\left(1 + K\theta\right) \text{ dont } K = \dfrac{1}{G_0}\dfrac{G_{100} - G_0}{100} = \dfrac{1}{G_0}\dfrac{\Delta G}{\Delta\theta} \end{cases}$$

Exercice 1

L'eau dans un réservoir est pressurisée par l'air et la pression est mesurée par un manomètre mutli-fluides comme indiqué sur la figure ci-jointe.



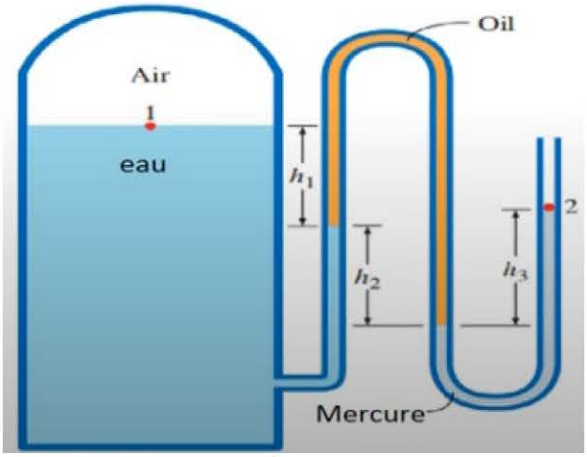
Déterminer la pression d'air dans le réservoir si h_1=0,1 m, h_2=0,2 m et h_3=0,35 m et la P_{atm}=85,6 kPa.

On donne les masses volumiques d'eau, de l'huile et de mercure à 1000kg/m^3, 850kg/m^3, 13600kg/m^3 respectivement.

Résolution de l'Exercice 1

La pression de l'air dans le réservoir s'exprime par la règle suivante :

En commençant par la pression au point 1 à l'interface air-eau dans le réservoir, en se déplaçant le long du tube en ajoutant ou en soustrayant les termes ρgh jusqu'au point 2, et en fixant le résultat égal à P_{atm} puisque le tube est ouvert sur l'atmosphère, cela donne :



$$P_1 + \rho_{eau} g h_1 + \rho_{huile} g h_2 - \rho_{mer} g h_3 = P_2 = P_{atm}$$

Après on extrait la pression P1 comme :

$$P_1 = P_{atm} - \rho_{eau} g h_1 - \rho_{huile} g h_2 + \rho_{mer} g h_3$$

$$\boxed{P_1 = P_{atm} + \rho_{mer} g h_3 - \left(\rho_{eau} g h_1 + \rho_{huile} g h_2\right)}$$

A.N. :

$$P_1 = 85,6x1000 + 9,81x\left(13600x0,35 - \left(1000x0,1 + 850x0,2\right)\right)$$

$$P_1 = 129646,9\ Pa$$

$$P_1 \approx 130\ Pa$$

alors

$$\boxed{P_1 \approx 130\ kPa}$$

Exercice 2

Thermomètre à gaz :

1) Définir une échelle de température centésimale θ d'un gaz où la grandeur physique est :

   a) Le volume *V (P=Cste).*

   b) La pression *P (V=Cste).*

2) Comparer ces deux échelles de température à l'échelle Celsius *t* dans le cas où le gaz se comporte comme un gaz parfait.

Résolution de l'Exercice 2

1) L'échelle centésimale est une échelle linéaire liant la température θ à une grandeur physique *G* comme il suit: $\theta = aG + b$, *a* et *b* sont des constantes. De la même manier la grandeur *G* en fonction de θ comme: $G = G_0(1 + K\theta)$ où *K* est une constante, quand $\theta = 0$ alors $G = G_0$ et quand $\theta = 100$ alors $G = G_{100} = G_0(1 + 100K)$

a) En prenant le volume pour la grandeur *G* ; G=V et en maintenant la pression fixe *P=Cste* implique $\theta = aV + b$ ou $V = V_0(1 + K\theta)$. Les constantes *a* et *b* et même *K* sont déterminées à l'aide des deux points fixes de l'eau à la pression atmosphérique qui sont par convention :

θ=0°C ; température de la glace fondante (qui devient liquide), la valeur correspondante du volume est notée V_0 et θ=100°C ; température de l'eau bouillonnante (qui devient vapeur), la valeur correspondante du volume est notée V_{100}.

Finalement on a un système de deux équations et deux inconnues *a* et *b* que nous allons résoudre :

$$\begin{cases} 0 = aV_0 + b \\ 100 = aV_{100} + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{100}{V_{100} - V_0} \\ b = -\dfrac{100V_0}{V_{100} - V_0} \end{cases}$$

Une fois trouvées les constantes *a* et *b*, on va les introduire dans l'équation $\theta = aV + b$, ce qui va nous donner la relation ci-dessous :

$$\boxed{\theta = 100\frac{V - V_0}{V_{100} - V_0}}$$

Ce que nous venons de trouver est l'échelle de **température centésimale** ou **centigrade** à pression constante qui peut aussi s'écrire sous la forme .

$V = V_0(1 + K\theta)$ dans ce cas on trouve $K == \frac{1}{V_0}\frac{V_{100} - V_0}{100 - 0} = \frac{V_{100} - V_0}{100V_0}$, avec $K = \alpha$, le **coefficient de dilation isobare** $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ c'est-à-dire $\boxed{\alpha = \frac{1}{V_0}\frac{V_{100} - V_0}{100 - 0}}$

b)Si au lieu de prendre *G=V* comme dans le cas précédent on prend *G=P* en gardant le volume *V=Cste*, les relations entre θ et *P* de viennent $\theta = a'P + b'$ et $P = P_0(1 + K'\theta)$.

De la même façon que dans le a) lorsque on aura remplacé dans l'expression $\theta = a'P + b'$, $\theta = 0$ pour $P=P_0$ et $\theta = 100$ pour $P=P_{100}$ on obtient un système de deux équations et deux inconnues a' et b' que nous allons résoudre :

$$\begin{cases} 0 = a'P_0 + b' \\ 100 = a'P_{100} + b' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = \dfrac{100}{P_{100} - P_0} \\ b' = -\dfrac{100V_0}{P_{100} - P_0} \end{cases}$$

Une fois trouvées les constantes a' et b', on va les introduire dans l'équation $\theta = a'P + b'$, ce qui va nous donner la relation ci-dessous :

$$\boxed{\theta = 100\frac{P - P_0}{P_{100} - P_0}}$$

On vient de définir une échelle de **température centésimale** ou **centigrade** à volume constant, *V=Cste*, qui peut aussi s'écrire sous la forme .

$P = P_0(1 + K'\theta)$ dans ce cas on trouve $K' = \frac{1}{P_0}\frac{P_{100} - P_0}{100 - 0} = \frac{P_{100} - P_0}{100P_0}$, avec $K' = \beta$, le

coefficient de compression isochore $\beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ c'est-à-dire $\boxed{\beta = \frac{P_{100} - P_0}{100 P_0}}$

2)Si l'élément thermométrique est un gaz parfait à *n* mole :

L'équation d'état du gaz parfait est *PV=nRT*

a)Pour *G=V (P=Cste)*, on a $V = \frac{nRT}{P}$

On prend l'expression $\boxed{\theta = 100\frac{V - V_0}{V_{100} - V_0}}$ et On remplace $V = \frac{nRT}{P}$ comme il suit :

$$\theta = 100\frac{\frac{nRT}{P} - \frac{nRT_0}{P}}{\frac{nRT_{100}}{P} - \frac{nRT_0}{P}} = 100\frac{T - T_0}{T_{100} - T_0}$$

Or **l'échelle Celsius** est reliée à **l'échelle Kelvin** par la relation $T(K) = t(°C) + 273{,}15$ et on va la remplacer dans l'expression de θ :

$$\Rightarrow \theta = 100\frac{T - T_0}{T_{100} - T_0} = 100\frac{t + 273{,}15 - 273{,}15}{373{,}15 - 273{,}15} = 100\frac{t}{100} = t$$

Finalement on trouve que **l'échelle** θ pour le gaz parfait et **l'échelle Celsius** t sont confondues : $\boxed{\theta = t}$.

b)Pour *G=P (V=Cste)*, nous avons pour le gaz parfait $P = \frac{nRT}{V}$

On prend l'expression $\boxed{\theta = 100\frac{P - P_0}{P_{100} - P_0}}$ et on remplace $P = \frac{nRT}{V}$ comme il suit :

$$\theta = 100\frac{\frac{nRT}{V} - \frac{nRT_0}{V}}{\frac{nRT_{100}}{V} - \frac{nRT_0}{V}} = 100\frac{T - T_0}{T_{100} - T_0}$$

Or **l'échelle Celsius** est reliée à **l'échelle Kelvin** par la relation $T(K) = t(°C) + 273{,}15$ et on va la remplacer dans l'expression de θ :

$$\Rightarrow \theta = 100\frac{T - T_0}{T_{100} - T_0} = 100\frac{t + 273{,}15 - 273{,}15}{373{,}15 - 273{,}15} = 100\frac{t}{100} = t$$

Finalement on trouve que **l'échelle** θ pour le gaz parfait et **l'échelle Celsius** t sont confondues : $\boxed{\theta = t}$.

Donc les deux échelles de température coïncident. L'échelle de température θ coïncide avec l'échelle de température Celsius. Pour cette raison, **l'échelle de température Celsius** est dite **échelle des gaz parfaits**.

Exercice 3

Thermomètre à résistance :

Entre 0° et 500°C, la résistance d'un thermomètre à filament de platine varie suivant la loi : $R = a + bt + ct^2$ (t : **échelle température Celsius**) avec :

$a = 1\ \Omega, b = 4\,10^{-3}\Omega/°C; c = -0,6\,10^{-6}\ \Omega/°C^2$

On considère une échelle de température linéaire centésimale θ.

1) Exprimer la température θ en fonction de R et ensuite en fonction de t sachant que l'échelle θ coïncide avec **l'échelle Celsius t** pour 0 et 100.

2) Déterminer l'écart (θ-t) entre la température θ déterminée par ce thermomètre et la température t de **l'échelle Celsius**.

3) Pour quelle température cet écart est-il maximal ? Que vaut-il ?

Résolution de l'Exercice 3

Thermomètre à résistance.

1) La relation entre la résistance et la température $\Rightarrow \theta = aR + b$ **ou** $R = R_0\left(1 + K\theta\right)$ **:**

On a pris la résidence pour la grandeur G ; G=R . Les constantes a et b et même K vont être déterminées à l'aide des deux points fixes de l'eau à la pression atmosphérique qui sont par convention :θ=0°C ; température de la glace fondante (qui devient liquide), la valeur correspondante du volume est notée R_0 et θ=100°C ; température de l'eau bouillonnante (qui devient vapeur), la valeur correspondante du volume est notée R_{100}.

Finalement on a un système de deux équations et deux inconnues a et b que nous allons résoudre :

$$\begin{cases} \theta = 0° \Rightarrow R = R_0 \\ \theta = 100° \Rightarrow R = R_{100} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\theta = 100\frac{R - R_0}{R_{100} - R_0}} \qquad (1)$$

Or d'après l'énoncé entre 0° et 500°C, la résistance d'un thermomètre à résistance de platine varie suivant la loi : $R = a + bt + ct^2$ (t **: température de**

l'échelle Celsius) avec : $a = 1\,\Omega, b = 4\,10^{-3}\Omega/°C; c = -0,6\,10^{-6}\ \Omega/°C^2$. L'échelle t est aussi à deux points fixes de l'eau 0 et 100°C.

$$\begin{cases} t = 0° \Rightarrow R = R_0 = a \\ t = 100° \Rightarrow R = R_{100} = R_0 + 10^2 b + 10^4 c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_0 = 1\,\Omega \\ R_{100} = 1 + 0,4 - 0,6\,10^{-2} = 1,394\,\Omega \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_0 = 1\,\Omega \\ R_{100} = 1,394\,\Omega \end{cases}$$

Ainsi on peut estimer $R - R_0$ et $R_{100} - R_0$ à partir de l'équation $R = a + bt + ct^2$ comme :

$$\begin{cases} R - R_0 = bt + ct^2 & (2) \\ R_{100} - R_0 = 10^2 b + 10^4 c & (3) \end{cases}$$

On prend ces résultats et on les injecte dans l'expression (1) :

$$\theta = 100\frac{bt + ct^2}{10^2 b + 10^4 c} = \frac{bt + ct^2}{b + 10^2 c} = \frac{c}{b + 10^2 c}\left(\frac{b}{c} + t\right)t$$

En remplaçant les constantes par leurs valeurs on aura :

$a = 1\,\Omega, b = 4\,10^{-3}\Omega/°C; c = -0,6\,10^{-6}\ \Omega/°C^2$

$$\theta(t) = \frac{0,6\,10^{-6}}{4\,10^{-3} - 0,06\,10^{-3}}\left(\frac{4}{0,6}10^3 - t\right)t = \frac{6,00}{3,94}10^{-4}\left(\frac{4}{6}10^4 - t\right)t$$

Ensuite on a :

$$\boxed{\theta(t) \approx -1,523\,10^{-4}t^2 + 1,0154t}$$

Maintenant on procède au calcul de l'écart $\theta - t$:

$$\theta - t = \frac{c}{b + 10^2 c}\left(\frac{b}{c} + t\right)t - t = \frac{c}{b + 10^2 c}\left(\frac{b}{c}t + t^2 - \frac{b + 10^2 c}{c}t\right) = \frac{c}{b + 10^2 c}\left(t^2 - 10^2 t\right)$$

Donc l'écart s'écrit finalement :

$$\theta - t = \frac{c}{b + 10^2 c}\left(t - 10^2\right)t$$

En remplaçant les constantes par leurs valeurs on aura :

$a = 1\ \Omega, b = 4\,10^{-3}\Omega/°C; c = -0,6\,10^{-6}\ \Omega/°C^2$

$$\theta - t = \frac{c}{b + 10^2 c}\left(t - 10^2\right)t \Rightarrow \theta - t = \frac{-0,6\,10^{-6}}{4\,10^{-3} - 0,6\,10^{-4}}\left(t - 10^2\right)t = -\frac{6,00}{3,94}10^{-4}t\left(t - 10^2\right)$$

On obtient :

$$\Rightarrow \boxed{\left(\theta - t\right) = -1,523x\,10^{-4}t\left(t - 100\right) = -1,523x\,10^{-4}\left(t^2 - 100t\right)}$$

2) La température t à laquelle l'écart $(\theta - t)$ est maximal :

L'écart est maximal quand sa dérivée par rapport à t est nulle $\left[\frac{d\left(\theta - t\right)}{dt}\right]_{t=t_{max}} = 0$

On calcule la dérivée de l'écart et on obtient :

$\boxed{\frac{d\left(\theta - t\right)}{dt} = -1,523x\,10^{-4}\left(2t - 100\right)}$, puis on remplace $t = t_{max}$

$$\left[\frac{d\left(\theta - t\right)}{dt}\right]_{t=t_{max}} = -1,523x\,10^{-4}\left(2t_{max} - 100\right) = 0 \Rightarrow \boxed{t_{max} = 50°C}$$

Donc l'écart maximal s'obtient en remplaçant t par t_{max} dans l'expression de l'écart comme : $\left(\theta - t\right)_{t_{max}} = -1,523\ x10^{-4}t_{max}\left(t_{max} - 100\right)$, c'est-à-dire

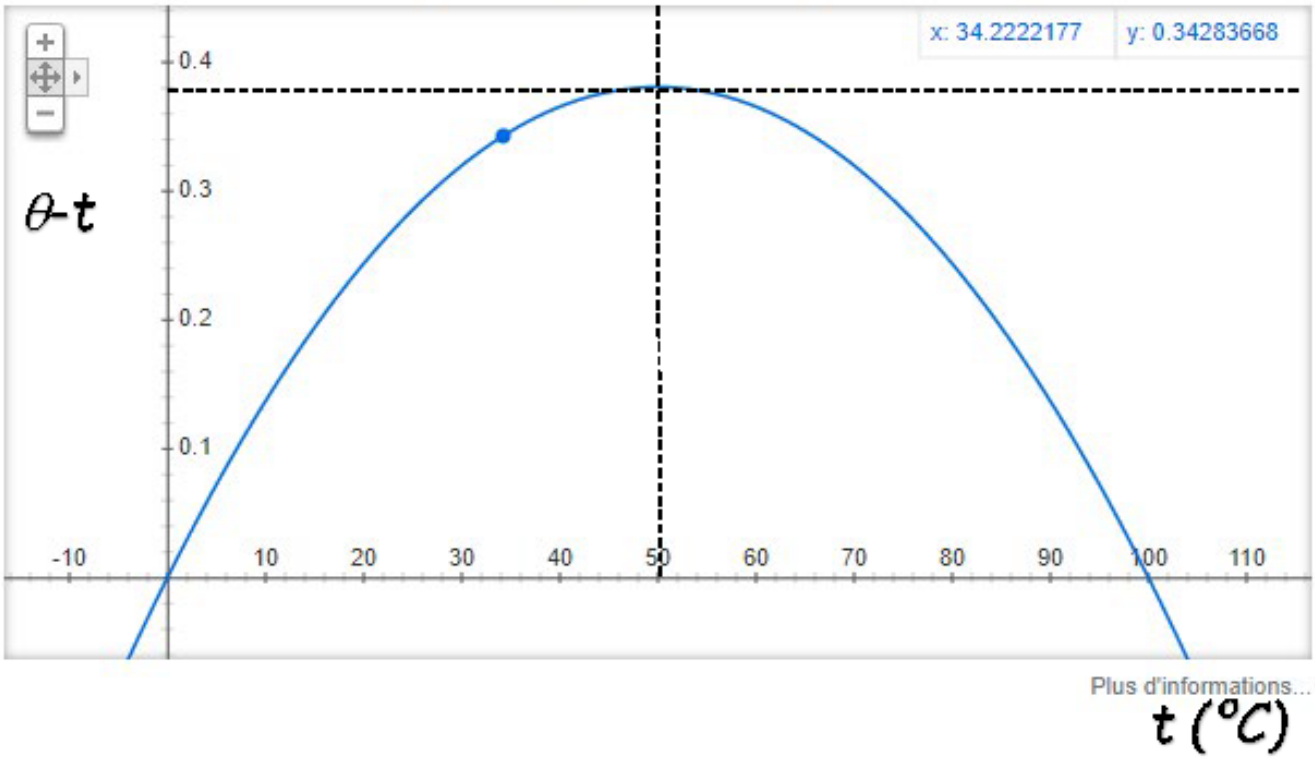
$$\Rightarrow \left(\theta - t\right)_{max} = -1,523x\,10^{-4}x50\left(50 - 100\right)$$

$$\left(\theta - t\right)_{max} = 1,523\ x10^{-4}x50x50 = 1,523x2500.10^{-4} = 3807,5x10^{-4}$$

Donc **l'écart maximal** est d'environ $\boxed{\left(\theta - t\right)_{max} \approx 0,38}$

Donc $\boxed{\theta_{max} \approx 50,38°C}$ avec $t_{max} = 50°C$

Graphique pour "(-1.523)*0.0001*(x^2-100*x)"



Module Thermodynamique I
Filière SMP&C-S1 – TD - Série n° 2 – Partie 2
Corrections

Des petits Rappels :

- Le calorimètre est la partie de la thermodynamique qui mesure les échanges de chaleur (énergie calorifique). Ces échanges se font en général entre plusieurs corps, mettant en jeu des changements d'état ou non ou des réactions chimiques.
- Pour que la chaleur soit accessible, il faut l'identifier à la variation d'une fonction d'état. Ceci n'est possible que si on choisit des conditions particulières dans lesquelles cette identification est possible : par exemple à ***pression constante***, et dans ce cas les chaleurs mises en jeu au sein du calorimètre sont égales à la variation de l'enthalpie $\Delta H = Q_p$, ou à ***volume constant*** dans une bombe calorimétrique, et dans ce cas les chaleurs mises en jeu sont égales à la variation de l'énergie interne $\Delta U = Q_v$, U et H voir chapitre IV.

Principe de base :

Le calorimètre est un système thermodynamique isolé, c.-à-d., qui n'échange ni matière ni énergie avec l'extérieur. La paroi du calorimètre est indéformable ($W = 0$) et adiabatique ($Q = 0$). Cependant il y a des transferts thermiques entre les différentes parties du calorimètre : **constituants étudiés**, **accessoires**, **paroi**… Comme il n'y a aucun échange thermique avec l'extérieur, cela implique que la somme des chaleurs échangées Q_i au sein du calorimètre est nulle : $\sum_i Q_i = 0$.

Exemple: détermination de la température d'équilibre d'un mélange de constituants introduits à différentes températures : Considérons un système calorimétrique constitué de i corps définis par leur masse m_i, leur capacité calorifique massique c_i et leur température initiale avant mélange t_i. La chaleur échangée par chaque corps pour atteindre l'équilibre de température t_e, s'il n'y a pas de changement d'état ni de réaction chimique, est donnée par $Q_i = m_i c_i \left(t_e - t_i\right)$ Appliquons la relation de calorimétrie $\sum_i Q_i = 0 \Rightarrow \sum_i m_i c_i \left(t_e - t_i\right) = 0$ on obtient t_e : $t_e = \dfrac{\sum_i m_i c_i t_i}{\sum_i m_i c_i}$

Remarque : dans cet exemple on n'a pas tenu compte de la capacité calorifique ou thermique du calorimètre C qui est liée à la masse en eau du calorimètre μ, par la relation $C = \mu c_e$. $c_e = 4180\ J / kg\ K$ est la capacité calorifique massique de l'eau.

Exercice 4

Un calorimètre de valeur en eau $\mu = 20g$ et contenant $m_{eau} = 300g$ d'eau est à la température de $t_{eau} = 15°C$.

1) On introduit un bloc de glace à $t_{glace} = 0°C$ et pesant $m_{glace} = 50g$ dans l'eau du calorimètre. Calculer la température finale du calorimètre.

2) On ajoute de nouveau $m_{glace} = 50g$ de glace à $t_{glace} = 0°C$ au système précédent. Décrire l'état final.

On donne : la chaleur latente de fusion de la glace est $L_F = 3,34x10^5\ J/kg$ et la chaleur massique de l'eau est $c_e = 4180\ J/kg\ K$.

Résolution de l'Exercice 4

Remarque préliminaire : la valeur en eau d'un calorimètre $\mu = 20g$ correspond à la masse équivalente en eau du calorimètre. On désigne par t la température Celsius et par T la température en Kelvin.

1) Chaleur maximale apportée par l'eau et le calorimètre pour passer de $t_{eau} = 15°C$ à $t_{glace} = 0°C$:

$$\boxed{Q_{eau+cal} = (m_{eau} + \mu)c_e(T_{glace} - T_{eau}) = (m_{eau} + \mu)c_e\Delta T}$$

A.N. :

$$m_{eau} + \mu = 320x10^{-3}kg$$

$$T_{eau} = 273,15 + 15 = 288,15K$$

$$T_{glace} = 273,15 + 0 = 273,15K$$

$$\boxed{\Delta T = -15}$$

Et :

$$Q_{eau+cal} = 320x10^{-3}x4180x(-15) = -20064J$$

Donc :

$$\boxed{Q_{eau+cal} = -20064J}$$

La chaleur nécessaire pour **faire fondre** les $m_{glace} = 50g$ de glace :

$$\boxed{Q_{glace} = m_{glace}L_F}$$

A.N. :

$$m_{glace} = 50x10^{3}kg$$

$$Q_{glace} = 50x10^{-3}x3,34x10^{5} = 16700J$$

Donc :

$$\boxed{Q_{glace} = 16700J}$$

$\left|Q_{glace}\right| < \left|Q_{eau+cal}\right|$ donc l'eau qui se refroidit apporte donc suffisamment de chaleur pour faire fondre toute la glace. La température finale T_f se trouve au-dessus de 0°C. Pour la déterminer, on applique **le principe 0 de la thermodynamique** :

$$\boxed{Q_{glace} + m_{glace\,fondue}c_e\left(T_f - T_{glace}\right) + \left(m_{eau} + \mu\right)c_e\left(T_f - T_{eau}\right) = 0}$$

Donc :

$$m_{glace\,fondue} = m_{glace} = 50x10^{-3}kg$$

$$\boxed{T_f = \frac{m_{glace\,fondue}c_eT_{glace} + \left(m_{eau} + \mu\right)c_eT_{eau} - Q_{glace}}{\left(m_{glace\,fondue} + m_{eau} + \mu\right)c_e}}$$

A.N.

$$T_f = \frac{50x10^{-3}x4180x273,15 + 320x10^{-3}x4180x288,15 - 16700x10^{3}x10^{-3}}{370x10^{-3}x4180}$$

$$T_f = \frac{50x273,15 + 320x288,15 - \frac{16700x10^3}{4180}}{370}$$

$$T_f = \frac{13657,5 + 92208 - 3995,21}{370} = \frac{101870,29}{370} \approx 275,32K \Rightarrow \boxed{T_f \approx 275,32K}$$

$$\boxed{t_f \approx 2,17°C}$$

2)Cette fois-ci, en appliquant les mêmes relations, la chaleur maximale que peut apporter l'ensemble (eau + glace fondue + calorimètre) vaut :

La masse de l'eau ici est : $m'_{eau} = m_{eau} + m_{glace-fondue} = 300 + 50 = 350g$

$$\boxed{Q_{eau+cal} = \left(m'_{eau} + \mu\right) c_e \left(T_{glace} - T_f\right) = \left(m'_{eau} + \mu\right) c_e \Delta T}$$

A.N. :

La température finale est la température de la glace :

$$T_{glace} = 273,15 + 0 = 273,15K$$

La température initiale dans ce cas est la température finale de la question 1) :

$$T_f = 273,15 + 2,17 = 275,32K$$

$$Q_{eau+cal} = \left(m'_{eau} + \mu\right) c_e \left(T_{glace} - T_f\right) = \left(m'_{eau} + \mu\right) c_e \Delta$$

$$\boxed{\Delta T = T_{glace} - T_f = -2,75}$$

$$Q_{eau+cal} = 370x10^{-3} x4180x\left(-2,17\right) = -3356\ J$$

Donc :

$$\boxed{Q_{eau+cal} = -3356\ J}$$

Cette quantité de chaleur est inférieure en valeur absolue à $Q_{glace} = m_{glace} L_F = 50x10^{-3} x3,34x10^5 = 16700J$, chaleur nécessaire pour faire fondre les $m_{glace} = 50g$ de glace.

La température à l'équilibre thermique va donc nécessairement se stabilisée à $t_{glace} = 0°C$.

Pour obtenir la quantité de glace qu'on peut **faire fondre** avec $\boxed{Q_{glace} = -Q_{eau+cal} = 3356\,J}$,

$$\boxed{m'_{glace-fondue} = \frac{Q_{glace}}{L_F} = \frac{Q_{eau+cal}}{L_F}}$$

A.N.

On peut faire fondre

$$m'_{glace-fondue} = \frac{Q_{eau+cal}}{L_F} = \frac{3356}{3,34x10^5} \approx 1004,79x10^{-5}kg$$

$$\boxed{m'_{glace-fondue} \approx 10,0479x10^{-3}kg}$$

Donc $\boxed{m'_{glace-fondue} \approx 10g}$ de glace devient de l'eau.

La glace non fondue :

$$\boxed{m_{glace-non-fondue} = m_{glace} - m'_{glace-fondue} \approx 50 - 10 = 40g}$$

$m_{glace-non-fondue} \approx 40g$ est la quantité de glace qui n'a pas fondue.

Donc dans le thermomètre on aura à la fin 380g d'eau et 40g de glace.

Exercice 5

Un calorimètre de capacité thermique $C = 150 J/K$ contient une masse $m_1 = 200 g$ d'eau.

1) La température initiale de l'eau du calorimètre $\theta_1 = 70°C$. On place dans le calorimètre un glaçon de masse $m_2 = 80 g$ sortant du congélateur à la température $\theta_2 = -23°C$.

Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).

2) Le même calorimètre avec maintenant la température initiale de l'eau $\theta_1 = 50°C$. On y introduit un glaçon de masse $m_2 = 160 g$ sortant directement du congélateur à la température $\theta_2 = -23°C$.

Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).

On donne : Les chaleurs massiques de l'eau et de la glace sont $c_e = 4185\ J/kg\ K$ et $c_g = 2090\ J/kg\ K$ respectivement. La chaleur latente de fusion de la glace est $L_F = 3{,}34 x 10^5\ J/kg$.

Résolution de l'Exercice 5

1) Supposons que le glaçon fond dans sa totalité.

Soit Q_1 **l'énergie cédée par l'eau et le calorimètre** :

$$\boxed{Q_1 = (m_1 c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1)}$$

Soit Q_2 **l'énergie captée par le bloc de glace** :

$$\boxed{Q_2 = m_2\, c_g (0 - \theta_2) + m_2 L_F + m_2 c_e (\theta_e - 0)}$$

Le système {eau + glace + calorimètre} est isolé:

$$\boxed{Q_1 + Q_2 = 0}$$

$$(m_1c_e + C)\cdot(\theta_e - \theta_1) + m_2\, c_g(0 - \theta_2) + m_2L_F + m_2c_e(\theta_e - 0) = 0$$

$$(m_1c_e + m_2c_e + C)\theta_e = (m_1c_e + C)\theta_1 + m_2\, c_g\, \theta_2 - m_2L_F$$

$$\boxed{\theta_e = \frac{(m_1c_e + C)\theta_1 + m_2\, c_g\, \theta_2 - m_2L_F}{m_1c_e + m_2c_e + C}}$$

A.N.

$$\theta_e = \frac{(200x10^{-3}x4185 + 150)x\,70 + 80x10^{-3}x2090x(-23) - 80x10^{-3}x3{,}34x10^5}{200x10^{-3}x4185 + 80x10^{-3}x4185 + 150}$$

$$\boxed{\theta_e = 29{,}15°C}$$

2)En supposant que toute la glace fonde, un calcul analogue à l'exercice précédent (version 1) donne:

$$\boxed{\theta_e = \frac{(m_1c_e + C)\theta_1 + m_2\, c_g\, \theta_2 - m_2L_F}{m_1c_e + m_2c_e + C}}$$

$$\theta_e = \frac{(200x10^{-3}x4185 + 150)x\,50 + 160x10^{-3}x2090x(-23) - 160x10^{-3}x3{,}34x10^5}{200x10^{-3}x4185 + 160x10^{-3}x4185 + 150}$$

$$\boxed{\theta_e = -7{,}11°C}$$

Ce résultat est aberrant car **à cette température** et sous la pression atmosphérique, **l'eau est à l'état solide.**

La totalité de la glace ne fondra pas et la température du système sera $\theta_e = 0°C$ **puisqu'il aura de la glace et de l'eau.**

Soit Q_1 l'énergie cédée par l'eau et le calorimètre pour passer de $\theta_1 = 50°C$ à $\theta_e = 0°C$.

$$\boxed{Q_1 = (m_1c_e + C)\cdot(\theta_e - \theta_1)}$$

$Q_1 = (200x10^{-3}x4185 + 150)x(0 - 50) \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{Q_1 = -49350\ J}}$.

Soit Q_2 l'énergie captée par le bloc de glace pour passer de $\theta_2 = -23°C$ à

$\theta_e = 0°C$

$$\boxed{Q_2 = m_2 c_g (\theta_e - \theta_2)}$$

$$Q_2 = 160x10^{-3} x2090x\left(0-(-23)\right) \Rightarrow \boxed{Q_2 = \mathbf{7691,20\ J}}$$

Soit m la masse de glace qui va fondre et soit Q l'énergie captée par cette glace.

Le système {eau + glace + calorimètre} est isolé:

$$Q + Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\boxed{Q = -Q_1 - Q_2}$$

$$Q = 49350 - 7691,2 \Rightarrow \boxed{Q = \mathbf{41658,80\ J}}$$

$$Q = mxL_F \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{m = \frac{Q}{L_F}}$$

A.N.

$$m = \frac{41658,80}{3,34x10^5} = 125x10^3\ kg$$

Donc : $\boxed{m = 125\ g}$

Système+calorimètre est donc composé de :

$\boxed{m_{glace} = 160 - 125 = 35g}$ de glace à la température de 0°C.

$\boxed{m_{eau} = 200 + 125 = 325g}$ d'eau à la température de 0°C.