

## EXERCICES sur

### *Le choix du consommateur*

#### Énoncés

1. Romain est parfaitement heureux. Tous les mois, il va quatre fois au cinéma et deux fois au théâtre. Le prix moyen d'une place de cinéma est égal à 5, celui d'une place de théâtre à 20. Quelle est l'utilité marginale d'une place de théâtre par rapport à celle de cinéma si Romain maximise son utilité ?

2. Deux amies, Muriel et Florence, partagent leurs loisirs entre le tennis et les musées. On désigne par  $x$  le nombre d'heures de tennis par semaine et par  $y$  le nombre d'heures passées dans les musées.

La fonction d'utilité de Muriel s'écrit :  $U_1 = xy^{1/3}$ .

La fonction d'utilité de Florence s'écrit :  $U_2 = xy$ .

a- Quel est le taux marginal de substitution entre le tennis et les musées pour Muriel et Florence ?

b- Muriel et Florence consacrent chaque semaine 4 heures à des visites de musées et 2 heures au tennis. Les goûts de Muriel et de Florence sont-ils identiques ?

3. La fonction d'utilité d'un consommateur s'écrit :  $U(x,y) = x^2y + 1$  où  $x$  et  $y$  désignent les quantités consommées des biens  $x$  et  $y$ .  $p_x$ , le prix du bien  $x = 2$ .  $p_y$ , le prix du bien  $y = 4$ .  $R$ , le revenu du consommateur = 60.

a- Écrire la contrainte budgétaire du consommateur. Faire une représentation graphique.

b- Déterminer l'équilibre du consommateur de trois façons différentes. Représenter graphiquement cet équilibre.

c- Quel est le « niveau » de l'utilité du consommateur ?

d- Le revenu est multiplié par 2. Écrire la nouvelle contrainte budgétaire du consommateur. La représenter graphiquement. Quelle remarque peut-on faire ?

e- Quel est le nouvel équilibre du consommateur ? Sa nouvelle utilité ?

f- Les prix des biens  $x$  et  $y$  sont aussi multipliés par 2. Déterminer les nouvelles consommations de  $x$  et de  $y$ . Le consommateur est-il ou non victime d'illusion monétaire ?

4. Un salarié, représentatif des salariés de son entreprise, peut passer ses vacances soit dans un village de vacances au bord de la mer, soit dans un appartement à la montagne. Le village de vacances est géré

par le comité d'entreprise. Soit  $x$  le nombre de semaines passées dans le village de vacances, et  $y$  le nombre de semaines passées à la montagne. Le prix de la location pour une semaine dans le village de vacances,  $p_x$ , est égal à 150. Le prix de la location pour une semaine à la montagne,  $p_y$ , est égal à 300.

La fonction d'utilité de ce salarié s'écrit :  $U(x,y) = x^{1/2}y^{1/4}$

- a-** Le salarié souhaite maximiser son utilité sous la contrainte de son revenu. Il décide d'affecter 900 à ses dépenses de location. Combien de semaines doit-il passer à la mer et à la montagne. Quel est le « niveau » de son utilité ?
- b-** Le comité d'entreprise décide de porter à 200 le prix d'une semaine de location dans le village de vacances. Quel est le nouvel équilibre du salarié si la somme consacrée à ses dépenses de location ne change pas ? Que devient son utilité ?
- c-** Si le salarié souhaite maintenir son utilité, comment répartira-t-il son budget entre le village de vacances et la montagne ? Combien dépensera-t-il ?
- d-** Calculez les effets substitution et revenu provoqués par la hausse du prix de la location dans le village de vacances. Expliquez.
- e-** Le comité d'entreprise décide de verser une allocation à ses salariés pour compenser la perte d'utilité. Quel doit être le montant de cette allocation ?
- f-** Compte tenu des préférences des salariés, le comité d'entreprise a-t-il pris une bonne décision de gestion ?
- 5.** Au XIX<sup>e</sup> siècle, dans certaines régions d'Europe, les paysans étaient très pauvres. Leur nourriture était constituée de lard et de pommes de terre. Le prix du lard était beaucoup plus élevé que celui des pommes de terre. À la suite de mauvaises récoltes, le prix de la pomme de terre augmentait fortement ainsi que la consommation de pommes de terre. Comment peut-on expliquer cette situation paradoxale (vous utiliserez dans votre réponse les notions d'effet revenu et d'effet substitution) ?
- 6.** La fonction d'utilité d'un consommateur s'écrit :  $U(x,y) = x^{0.1}y^{0.2}$  où  $x$  et  $y$  représentent les quantités consommées des biens  $x$  et  $y$ .
- a-** Établir la fonction de demande du bien  $x$  en fonction de son prix si  $R = \text{revenu} = 100$  et  $p_y = \text{prix de } y = 2$
- b-** Établir la fonction de demande du bien  $y$  en fonction de son prix si  $R = \text{revenu} = 100$  et  $p_x = \text{prix de } x = 1$

**c-** Établir la fonction de demande du bien  $x$  en fonction du revenu si  $p_y = 2$  et  $p_x = 1$

**d-** Établir la fonction de demande du bien  $y$  en fonction du revenu si  $p_y = 2$  et  $p_x = 1$

**e-** Commentez ces quatre fonctions de demande.

**7.** Un ménage décide de consacrer 20 % de son revenu au loyer de son habitation. Quelles sont les élasticités-revenu et prix du loyer si le loyer est fonction de la superficie habitée ? Commentez les résultats.

**8.** Deux familles passent leurs vacances ensemble dans le midi de la France. La famille A consacre une somme de 150 euros à ses dépenses de restaurant. La famille B décide de sortir cinq fois au restaurant. Quelles sont les élasticités-prix du nombre de repas pris au restaurant pendant les vacances pour chacune de ces familles ?

**9.** Les fonctions de demande des biens  $X$  et  $Y$  s'écrivent :

$$X = -10p_x + 8p_y - 30p + 0,2R$$

$$Y = +40p_x + 3p_y - 10p - 0,1R$$

où  $X$  = quantités du bien  $X$  consommées,  $Y$  = quantités du bien  $Y$  consommées,  $p_x$  = prix du bien  $X = 10$ ,  $p_y$  = prix du bien  $Y = 8$ ,  $p$  = prix moyen des autres biens = 2,  $R$  = revenu du consommateur = 1000.

Déterminez les élasticités-prix, revenu et prix croisé des biens  $X$  et  $Y$ . En déduire la nature de chaque bien.

**10.** Le nombre de repas ( $R$ ) dans une brasserie obéit à la fonction de demande suivante :  $R = -2P + 100$ .

**a-** Si le prix du repas ( $P$ ) est fixé à 20, quelle est l'élasticité-prix du repas ?

**b-** À ce prix, le gérant maximise-t-il son chiffre d'affaires ?

**c-** Si  $P = 25$  et  $R = 50$ , quelle est la valeur de l'élasticité-prix ? Que peut-on en conclure ?

**11.** La demande de cigarettes est telle que :  $X = -4P + 70$ . Le prix d'un paquet de cigarettes est égal à 5.

**a-** Quelle est la consommation de paquets de cigarettes ?

**b-** Quelle est l'élasticité-prix de la consommation de paquets de cigarettes ?

**c-** À combien faut-il fixer le prix des paquets de cigarettes pour réduire la consommation de 20 % ?

**d-** Le prix est désormais fixé à 7,5. Le gouvernement prélève 50 %

de taxes sur chaque paquet de cigarettes vendu. L'augmentation du prix de vente permet-elle d'accroître les recettes fiscales ?

**e-** Quelle est la nouvelle élasticité-prix ? Comment expliquer cette évolution ?

**f-** Supposons qu'à la suite d'une campagne contre les méfaits du tabac, l'élasticité-prix de la cigarette soit désormais égale à  $-2$ . Quel sera l'effet d'une hausse du prix de  $40\%$  sur la consommation et les recettes fiscales ?

**12.** Pourquoi la consommation de gaz pour le chauffage est-elle peu élastique au prix à court terme et très élastique au prix à long terme ?

**13.** La fonction d'utilité intertemporelle de Florence, jeune étudiante à la fac, s'écrit :  $U = C_0 C_1$  où  $C_0$  représente sa consommation d'aujourd'hui et  $C_1$  sa consommation à l'âge adulte. Le taux d'intérêt est de  $10\%$ . À l'époque 0, Florence dispose d'un revenu  $R_0$  égal à 10. Elle pense qu'à l'âge adulte, son revenu,  $R_1$  sera de 1000.

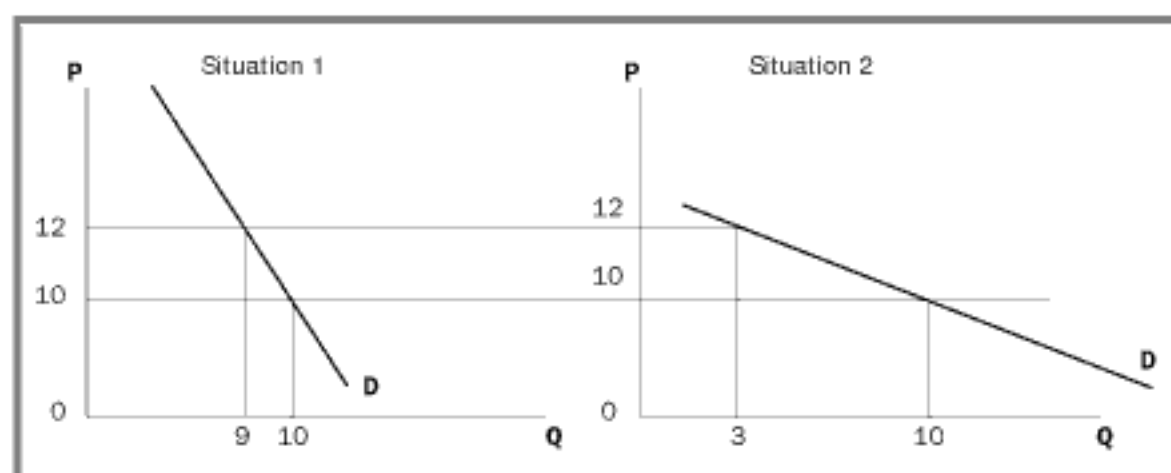
**a-** Écrire la contrainte budgétaire intertemporelle de Florence.

**b-** Combien Florence consomme-t-elle à l'époque 0, à l'époque 1 ?

**c-** Combien Florence doit-elle épargner à l'époque 0 ?

**d-** Florence aurait pu être joueuse de tennis professionnelle et gagner aujourd'hui beaucoup d'argent. Elle regrette quelquefois de ne pas avoir fait ce choix. A-t-elle raison si, dans cette hypothèse,  $R_0 = 1000$  et  $R_1 = 10$  ?

**14.** Dans les deux situations suivantes caractérisées par des fonctions de demande différentes, les producteurs ont-ils intérêt à augmenter les prix de 10 à 12 ?



**15. VRAI OU FAUX.** Justifiez votre réponse.

**a-** Si l'élasticité-revenu d'un bien est inférieure à 1, la part de ce bien dans le budget des ménages diminue quand le revenu augmente.

- b-** Des récoltes abondantes sont désastreuses pour les agriculteurs.
- c-** Lorsque deux biens sont substituables, leur élasticité-prix croisée est négative.
- d-** En période de ralentissement de l'activité économique, la consommation de biens dont l'élasticité-revenu est forte diminue.
- e-** Deux consommateurs peuvent avoir la même fonction d'utilité et consommer des quantités différentes de biens.

## Correction

1. Un consommateur maximise son utilité lorsque les utilités marginales pondérées par les prix sont égales.

$U_{mc}$  = utilité marginale d'une place de cinéma;  $U_{mt}$  = utilité marginale d'une place de théâtre.

$U_{mc}/p_c = U_{mt}/p_t \Rightarrow U_{mt} = 4 U_{mc}$ . L'utilité marginale d'une place de théâtre vaut 4 fois celle d'une place de cinéma.

2.

**a-**  $TMS_1 = dy/dx = U_{mx}/U_{my} = 3y/x$ ;  
 $TMS_2 = dy/dx = U_{mx}/U_{my} = y/x$

**b-**  $TMS_1 = 6$ ;  $TMS_2 = 2$ .

Muriel est prête à renoncer à 1 heure de tennis contre 6 heures de visites de musées. Florence est prête à renoncer à 1 heure de tennis contre 2 heures de visites de musées. Muriel a donc une plus forte préférence pour le tennis que Florence.

3.

**a-** Contrainte budgétaire:  $y = -0,5x + 15$ .

**b-** Il existe trois façons différentes de déterminer l'équilibre du consommateur, c'est-à-dire de maximiser son utilité sous la contrainte budgétaire.

- **Égalité entre les utilités marginales pondérées par les prix**  
 $U_{mx}/U_{my} = p_x/p_y \Rightarrow 2y/x = 0,5 \Rightarrow x = 4y$ .

On remplace ensuite la valeur de  $x$  dans l'équation de la contrainte budgétaire  $\Rightarrow x = 20$ ;  $y = 5$

- **Dérivées des premier et second ordres.**

Dans la fonction d'utilité,  $U(x,y) = x^2y + 1$ , on remplace  $y$  par sa valeur dans l'équation de la contrainte budgétaire  $\Rightarrow$

$$U = x^2(-0,5x + 15) + 1$$

$$U' = 0 = -1,5x^2 + 30x \Rightarrow x = 20 \text{ (} x = 0 \text{ n'est pas compatible avec la condition du second ordre: } U'' < 0 \text{) et } y = 5$$

**- Méthode du multiplicateur de Lagrange.**

On forme une nouvelle fonction  $F(x,y,\lambda)$  qui s'écrit :

$F = (x^2y + 1) + \lambda (R - p_x x - p_y y)$ , puis on annule les dérivées premières partielles :

$$\partial F / \partial x = 2xy - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = xy$$

$$\partial F / \partial y = x^2 - 4\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = x^2/4$$

$$\partial F / \partial \lambda = 60 - 2x - 4y = 0 \Rightarrow 2x + 4y = 60$$

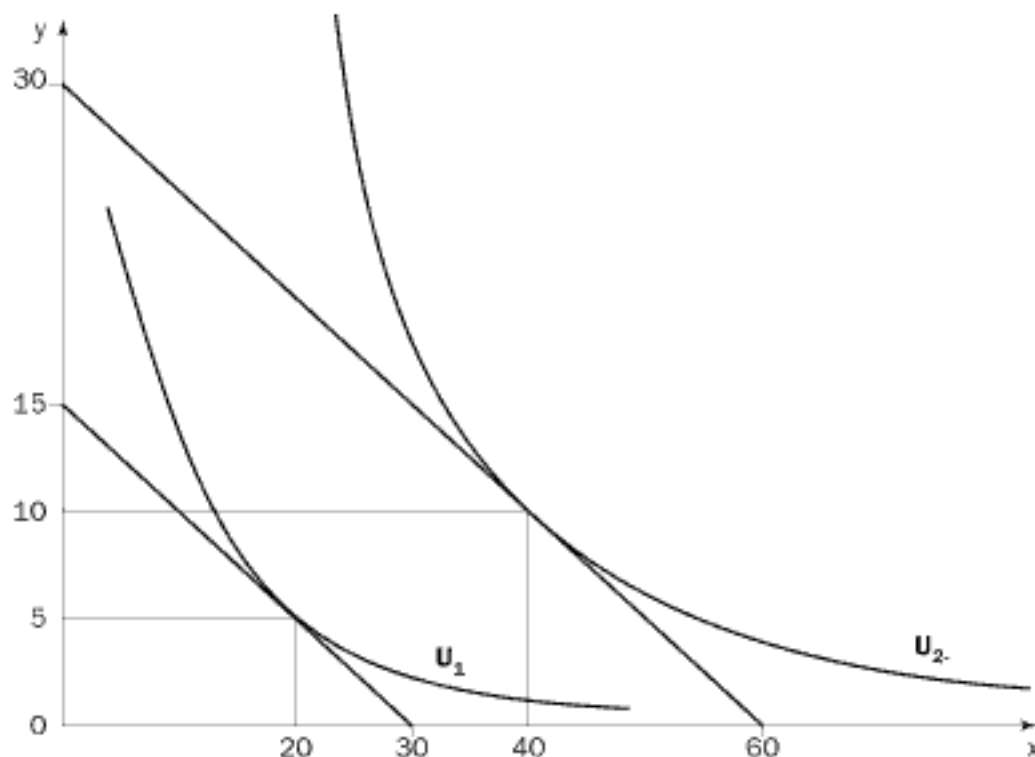
La résolution des trois équations donne :  $x = 20$  ;  $y = 5$ .

c-  $U = 2001$

d-  $y = -0,5x + 30$ .

La nouvelle droite budgétaire est parallèle à la première. Le rapport des prix qui détermine la pente de la droite n'a pas changé.

e-  $x = 40$ ,  $y = 10$ ,  $U = 16001$

**L'équilibre du consommateur**

f- Le doublement du revenu et des prix ne modifie pas la contrainte budgétaire telle qu'elle a été établie à la question n° 1. L'équilibre est identique à celui calculé à la question n° 2. Le consommateur n'est pas victime d'illusion monétaire. Son pouvoir d'achat n'a pas changé par rapport à la première situation.

4. a-  $U_{m_x}/p_x = U_{m_y}/p_y \Rightarrow x = 4y$

$R = 900 = 150x + 300y \Rightarrow$  en remplaçant  $x$  par sa valeur en  $y$ ,  $x = 4$  et  $y = 1$ . Le salarié passe 4 semaines dans le village de vacances et 1 semaine à la montagne. Le « niveau » de son utilité est égal à 2.

b- Le rapport de prix n'est désormais plus le même  $\Rightarrow x = 3y$ . Le

salarié passe désormais 3 semaines dans le village de vacances et 1 semaine à la montagne. Son utilité diminue : 1,73.

c-  $U = 2 = x^{1/2}y^{1/4}$  et  $x = 3y \Rightarrow x = 3,63$  et  $y = 1,21$ .

Le salarié devra dépenser : 1089.

d- La hausse du prix de la location a eu deux effets :

- un effet substitution : à utilité constante, réduction de la durée du séjour dans le village de vacances de 4 à 3,63 (- 0,37) et augmentation de la durée du séjour à la montagne de 1 à 1,21 (+ 0,21) ;

- un effet revenu : la hausse du prix de la location dans le village de vacances réduit le pouvoir d'achat du salarié qui réduit la durée de son séjour dans le village de vacances, de 3,63 à 3(- 0,63) et à la montagne, de 1,21 à 1 (- 0,21).

e- Montant de l'allocation :  $1089 - 900 = 189$ .

f- Le salarié, avant l'augmentation du prix, passait 4 semaines dans le village de vacances, ce qui rapportait au comité d'entreprise 600.

Le salarié, grâce à l'allocation, passe désormais 3,63 semaines dans le village de vacances, ce qui rapporte au comité d'entreprise 726. Il faut retirer à ces 726 l'allocation de 189, ce qui donne 537. Si tous les salariés ont un comportement identique, le comité d'entreprise n'a pas pris une bonne décision de gestion.

5. Pour ces populations pauvres, la pomme de terre était un bien atypique et un bien Giffen. La hausse de son prix réduisait fortement le pouvoir d'achat des paysans qui consommaient moins de lard et plus de pommes de terre. Dans ce cas, l'effet revenu (baisse du pouvoir d'achat) l'emporte sur l'effet substitution (baisse de la consommation de pommes de terre).

6.

a- À l'équilibre,  $y = xp_x$  et  $100 = 3xp_x \Rightarrow x = 100/3p_x$

b- À l'équilibre,  $x = 0,5yp_y$  et  $100 = 1,5yp_y \Rightarrow y = 100/1,5p_y$

c- À l'équilibre,  $x = y$  et  $R = 3x \Rightarrow x = R/3$

d- À l'équilibre,  $x = y$  et  $R = 3y \Rightarrow y = R/3$

e- Les biens  $x$  et  $y$  sont des biens typiques (leur demande est décroissante par rapport à leur prix) et normaux (leur demande est croissante par rapport au revenu).

7. Loyer =  $L = x$  (nombre de mètres carrés)  $\times p_x$  (prix du mètre carré)

Élasticité-revenu du loyer =  $dL/L/dR/R = (dL/dR) \cdot (R/L)$

$L = xp_x = 0,2R \Rightarrow dL/dR = 0,2$  ;

Élasticité-revenu du loyer =  $0,2 \times R/0,2R = 1$

Les dépenses de loyer augmentent au même rythme que le revenu. Le

ménage peut augmenter dans les mêmes proportions la superficie de son logement.

Élasticité-prix du loyer :  $dL/L/dp_x/p_x = 0$

Le montant du loyer ne peut augmenter puisqu'il est égal à 20 % du revenu. Si le prix du mètre carré loué augmente, le ménage devra réduire la superficie de son logement dans la même proportion.

8.  $R$  = nombre de repas.  $P$  = prix moyen d'un repas.

Élasticité-prix =  $(dR/dP) \times (P/R)$

Dépenses de repas =  $RP$

Élasticité-prix pour la famille A :  $RP = 150 \Rightarrow R = 150/P \Rightarrow$

$dR/dP = -150 P^{-2} \Rightarrow$  élasticité-prix =  $-1$ . Si le prix des repas augmente de 10 %, la famille réduira dans la même proportion le nombre de repas au restaurant.

Élasticité-prix pour la famille B : 0. Le prix n'a pas d'influence sur le nombre de repas.

9. On sait que  $X = 104$  et  $Y = 304$ .

Élasticités du bien X

– élasticité-prix =  $(dX/dp_x) \times (p_x/X) = -10 \times 10/104 = -0,96$  car

$$X = -10p_x + 204$$

– élasticité-revenu =  $(dX/dR) \times (R/X) = +0,2 \times 1000/104 = +1,92$  car

$$X = 0,2R - 96$$

– élasticité-croisée =  $(dX/dp_y) \times (p_y/X) = +8 \times 8/104 = +0,62$  car

$$X = 8p_y + 40.$$

Élasticités du bien Y

– élasticité-prix =  $(dY/dp_y) \times (p_y/Y) = +3 \times 8/304 = +0,08$  car

$$Y = 3p_y + 280$$

– élasticité-revenu =  $(dY/dR) \times (R/Y) = -0,1 \times 1000/304 = -0,33$  car

$$Y = -0,1R + 404$$

– élasticité croisée =  $(dY/dp_x) \times (p_x/Y) = +40 \times 10/304 = +1,32$  car

$$Y = 40p_x - 96.$$

Nature des biens X et Y :

- Le bien X est un bien normal : élasticité-prix négative, élasticité-revenu positive. Il est relativement peu sensible au prix et au revenu.
- Le bien Y est un bien atypique et inférieur : élasticité-prix positive, élasticité-revenu négative.
- Les deux biens sont substituables : leurs élasticités croisées sont positives (par exemple beurre pour le bien X et margarine pour le bien Y).

10.

a- Élasticité-prix du repas =  $(dR/dP) \times (P/R) = -2 \times 20/60 = -0,67$



**b-**  $CA = \text{chiffre d'affaires} = RP = -2P_2 + 100P$

$dCA/dP = -4P + 100 = 0 \Rightarrow P = 25$  et  $R = 50$  (on vérifie que la dérivée seconde du CA est bien négative).

Le gérant a fixé un prix trop faible.

**c-** Élasticité-prix = -1. Pour maximiser le chiffre d'affaires, le prix et les quantités doivent être tels que l'élasticité soit égale à -1.

## 11.

**a-** La consommation de paquets de cigarettes est égale à 50.

**b-** Élasticité-prix = -0,4

**c-** Le prix doit augmenter de 50 % et passer à 7,5. La consommation de paquets de cigarettes devient égale à 40.

**d-** Recettes fiscales pour un prix égal à 5 : 125

Recettes fiscales pour un prix égal à 7,5 : 150.

Les recettes fiscales augmentent car la baisse des quantités consommées est plus faible que la hausse du prix.

**e-** Nouvelle élasticité-prix :  $-4 \times 7,5/40 = -0,75$ . Le consommateur est plus sensible au prix des paquets de cigarettes car le prix est plus élevé.

**f-** La consommation diminuera de 80 % mais les recettes fiscales sur les cigarettes baisseront.

**12.** À court terme, les ménages équipés de chaudières doivent acheter du gaz pour se chauffer quel que soit son prix. À long terme, la variation du prix du gaz peut conduire les ménages à choisir d'autres équipements (si le prix du gaz augmente) pour se chauffer (électricité, énergie solaire...) ou au contraire à s'équiper en chaudières à gaz (si le prix du gaz diminue).

## 13.

**a-**  $C_0 + C_1 = R_0 + (R_0 - C_0) 0,1 + R_1 \Rightarrow$

$$C_1 = -1,1C_0 + 1,1R_0 + R_1 = -1,1C_0 + 1011$$

**b-**  $U = -1,1C_0^2 + 1011 C_0$

$$U' = -2,2 C_0 + 1011 = 0 \Rightarrow C_0 = 459,5 \text{ et } C_1 = 505,6$$

**c-** Florence doit emprunter 449,5. Elle remboursera cet emprunt au cours de la période 1.

**d-** Florence n'a pas de regrets à avoir. En effet, si sa fonction d'utilité intertemporelle ne change pas, elle ne consommerait aujourd'hui que 504,5, devrait épargner 495,5 pour consommer 555,05 demain.

**14.** Les producteurs ont intérêt à augmenter les prix dans la situation 1. Le chiffre d'affaires passe de 100 à 108 car la hausse des prix de 20 %

est plus forte que la baisse des quantités de 10 %. La demande est peu élastique.

Les producteurs n'ont pas intérêt à augmenter les prix dans la situation 2. Le chiffre d'affaires passe de 100 à 36 car la hausse des prix de 20 % est moins forte que la baisse des quantités de 70 %. La demande est très élastique.

**15. VRAI OU FAUX.** Justifiez votre réponse.

- a-** Vrai car la consommation du bien augmente moins vite que le revenu.
- b-** Vrai car le prix baisse mais la consommation augmente peu. La demande de produits agricoles est faiblement élastique par rapport au prix. Le chiffre d'affaires des agriculteurs diminue.
- c-** Faux car si le prix d'un bien augmente, sa consommation diminue et celle de l'autre bien augmente.
- d-** Vrai car ces biens sont très sensibles à la variation du revenu.
- e-** Vrai car tout dépend de leur revenu.