Filière : SMPC
Module : Analyse 1
Année Universitaire : 2022–2023

Université Mohamed Premier
Faculté Pluridisciplinaire -Nador
Département de Mathématiques

# Feuille de TD 2 – Fonctions Numériques d'une variable réelle

**Exercice 1 -Limite d'une fonction.**

Soit $f : ]-1, +\infty[ \to \mathbb{R}$ la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+x}}$$

Déterminer les limites de $f$, si elle existent, en 0 et en $+\infty$

**Exercice 2 -Limite d'une fonction partie entière.**

Soit $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ la fonction définie par :

$$f(x) = xE\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

Montrer que $f$ admet une limite en 0 et déterminer cette limite.

**Exercice 3 -Limite d'une fonction.**

En utilisant la définition topologique, montrer que :

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = 1$
2. $\lim\limits_{x \to 0} x^2 - x = 0$
3. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{2}$

**Exercice 4 -Continuité.**

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x + \dfrac{\sqrt{x^2}}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Déterminer l'ensemble des points où elle est continue.

**Exercice 5 -Continuité & TVI.**

Soit $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ l'application définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$f_n(x) = \ln(1 + x^n) + x - 1$$

1. Montrer qu'il existe $c_n \in [0, 1]$ tel que $f_n(c_n) = 0$.
2. Montrer que $f_n$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$, en déduire que $c_n$ est unique.